

Зміст

Предмова	9
Розділ 1. Вступ до чисельних методів	11
1.1. Обчислювальна задача. Чисельні методи та їх особливості	11
1.2. Оцінка складності алгоритмів і обчислень	14
1.3. Похибки обчислень	16
1.4. Базові операції над матрицями і векторами	19
1.5. Математичні пакети	24
Розділ 2. Прямі методи розв'язання систем лінійних рівнянь	26
2.1. Основні поняття	26
2.2. Метод виключення Гаусса	30
2.3. Розкладання матриці на множники	36
2.4. Алгоритми LU-розкладання матриці без операцій матричного множення	47
2.5. Точність розв'язку систем лінійних рівнянь	57
2.6. Розв'язання перевизначених систем лінійних рівнянь	64
2.7. Розв'язання систем рівнянь із комплексними коефіцієнтами	66
2.8. Засоби пакета Mathematica, призначені для розв'язання систем лінійних рівнянь	68
Висновки	69
Контрольні запитання та завдання	70
Розділ 3. Розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності	73
3.1. Кодування розріджених матриць	73
3.2. Рівняння зі стрічковими матрицями	76
3.3. Метод визначальних величин	80
3.4. Метод простої ітерації	84
3.5. Метод Якобі	87
3.6. Метод Гаусса–Зейделя	90
3.7. Засоби пакета Mathematica для розв'язання систем лінійних рівнянь із розрідженою матрицею	95
Висновки	97
Контрольні запитання та завдання	98

Розділ 4. Обчислення власних значень і власних векторів матриці	100
4.1. Метод характеристичного рівняння матриці	100
4.2. QR-алгоритм	105
4.3. Обчислення окремих власних значень	120
4.4. Власні значення стрічкових матриць	123
4.5. Обчислення власних значень матриці в пакеті Mathematica	125
Висновки	128
Контрольні запитання та завдання	128
Розділ 5. Інтерполяція і наближення функцій	130
5.1. Постановка задачі наближення функцій	130
5.2. Інтерполяційний многочлен Лагранжа	132
5.3. Інтерполяційні формули Ньютона	139
5.4. Інтерполяція в середині таблиці	144
5.5. Вибір вузлів інтерполяції	145
5.6. Збіжність інтерполяційного процесу	148
5.7. Інтерполяційні сплайни	149
5.8. Метод найменших квадратів	155
5.9. Метод рівнянь у нормальній формі	159
5.10. Засоби пакета Mathematica для розв'язання задач наближення функцій	164
Висновки	166
Контрольні запитання та завдання	167
Розділ 6. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь	169
6.1. Метод дихотомії	170
6.2. Метод простої ітерації	172
6.3. Метод Ньютона	178
6.4. Метод січних	188
6.5. Метод Мюллера	192
6.6. Методи розширення області розв'язку	195
6.7. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь	201
6.8. Розв'язання систем нелінійних рівнянь засобами пакета Mathematica	206
Висновки	209
Контрольні запитання та завдання	210

Розділ 7. Чисельне диференціювання та інтегрування функцій	211
7.1. Чисельне диференціювання функцій	211
7.2. Чисельне інтегрування функцій	221
7.3. Засоби пакета Mathematica для чисельного диференціювання та інтегрування функцій	246
Висновки	247
Контрольні запитання та завдання	248
Розділ 8. Розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь	249
8.1. Основні поняття	249
8.2. Методи Ейлера і Рунге–Кутта	252
8.3. Методи Рунге–Кутта	258
8.4. Апостеріорні оцінки похибки методів Рунге–Кутта	263
8.5. Методи Рунге–Кутта–Фельберга	266
8.6. Чисельне розв'язання систем диференціальних рівнянь першого порядку	270
8.7. Стійкість методів Рунге–Кутта	273
8.8. Розв'язання задачі Коші в пакеті Mathematica методами Рунге–Кутта	276
Висновки	278
Контрольні запитання та завдання	279
Розділ 9. Багатокрокові методи розв'язання диференціальних рівнянь	281
9.1. Явні методи Адамса–Башфорта	281
9.2. Інтерполяційні методи Адамса–Мултона	285
9.3. Лінійні багатокрокові різницеві методи	289
9.4. Методи розв'язання систем диференціальних рівнянь і рівнянь вищих порядків	293
9.5. Стійкість методів Адамса–Башфорта і Адамса–Мултона	298
9.6. Розв'язання задачі Коші в пакеті Mathematica багатокроковими різницевими методами	302
Висновки	302
Контрольні запитання та завдання	303
Розділ 10. Неявні методи розв'язання жорстких задач	306
10.1. Поняття жорсткості системи диференціальних рівнянь	306
10.2. Неявні методи Ейлера і Рунге–Кутта	309
10.3. Неявні лінійні багатокрокові методи	312
10.4. Багатокрокові неявні методи змінного порядку і змінного кроку	314
10.5. Обчислення коефіцієнтів неявних формул наближення	316

10.6. Стійкість неявних методів	319
10.7. Оцінка локальної похибки і організація обчислень	324
10.8. Автоматичний вибір кроку і порядку методу	325
10.9. Об'єднані явно-неявні процедури	327
10.10. Явні нелінійні методи з A-стійкістю	328
10.11. Засоби розв'язання жорстких задач у пакеті Mathematica	332
Висновки	334
Контрольні запитання та завдання	334

Розділ 11. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь

11.1. Постановка задачі	336
11.2. Розв'язання лінійної крайової задачі комбінуванням двох задач Коші	338
11.3. Метод прицілювання	340
11.4. Метод скінченних різниць	342
11.5. Власні значення однорідної крайової задачі	348
11.6. Метод колокацій	350
11.7. Метод Гальоркіна	353
11.8. Метод найменших квадратів	355
11.9. Метод скінченних елементів	357
Висновки	363
Контрольні запитання та завдання	364

Розділ 12. Розв'язання рівнянь із частинними похідними

12.1. Рівняння математичної фізики	366
12.2. Основні поняття методу сіток	370
12.3. Ітераційні методи розв'язання	375
12.4. Прямі методи	380
12.5. Метод скінченних елементів	382
Висновки	392
Контрольні запитання та завдання	393

Розділ 13. Різницеві методи розв'язання мішаної задачі для параболічних рівнянь

13.1. Апроксимація, стійкість, збіжність різницевих схем. Основні поняття	395
13.2. Різницеві методи розв'язання мішаної задачі для одновимірного параболічного рівняння	401
13.3. Спектральна ознака стійкості	406
13.4. Різницеві схеми підвищеної точності	409

13.5. Різницеві методи розв'язання мішаної задачі для параболічного рівняння з двома просторовими змінними.....	412
13.6. Метод устанавлення.....	422
13.7. Метод прямих	425
Висновки	427
Контрольні запитання та завдання	427
Розділ 14. Методи розв'язання гіперболічних рівнянь.....	429
14.1. Рівняння переносу.....	429
14.2. Різницеві схеми для хвильового рівняння	436
14.3. Метод характеристик.....	442
Висновки	454
Контрольні запитання та завдання	454
Розділ 15. Інтегральні рівняння.....	456
15.1. Класифікація інтегральних рівнянь	456
15.2. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь.....	458
15.3. Методи апроксимуючих функцій.....	464
Висновки	469
Контрольні запитання та завдання	470
Література	471
Алфавітний покажчик	473